Rozwiązanie zadania 1.

Do zadania użyłem danych z swojego telefonu komórkowego. Po krótkiej konsultacji z nauczycielem na temat tego, co rozumieć pod pojęciem zwarcie, założyłem, że bateria ulega całkowitemu rozładowaniu (oczywiście w rzeczywistości w zależności od oporu wewnętrznego baterii i od czasu zwarcia, bateria uległaby tylko częściowemu rozładowaniu)

Dane:

U - napięcie – 3,7 [V]

It – pojemność –3420 [A*s]

V – objętość baterii – 4cm x 4,5 cm x 0,5 cm = $9 * 10^{-6}\ [m^3]$

Zgodnie z założeniem $c_v = 4190000 [\frac{J}{^oK \times m^3}]$, ponieważ ciepło właściwe wody wynosi $4190[\frac{J}{^oK \times kg}]$, a $1[m^3] \approx 1000\ [kg]$.

Obliczenia: Zgodnie z zasadą zachowania energii $W = UJt = c_v V \Delta T$ skąd:

$$\Delta T = \frac{UIt}{c_v V} = \frac{3{,}7\ [\mathrm{V}] * 3420\ [\mathrm{A} * \mathrm{s}]}{9 * 10^{-6} [m^3] * 4190000\ [\frac{J}{^oK \times m^3}]} \approx [335\ ^oK]$$

Oczywiście wynik ten jest tylko teoretyczny, gdyż bateria taka uległaby zniszczeniu już po kilkudziesięciostopniowym podgrzaniu, a z drugiej strony w miarę podgrzewania, oddawałaby energię do otoczenia.

Rozwiązanie zadania 2.

Z rysunku widać, że $\alpha > \beta$ i $\alpha, \beta \leq \frac{\pi}{2}$

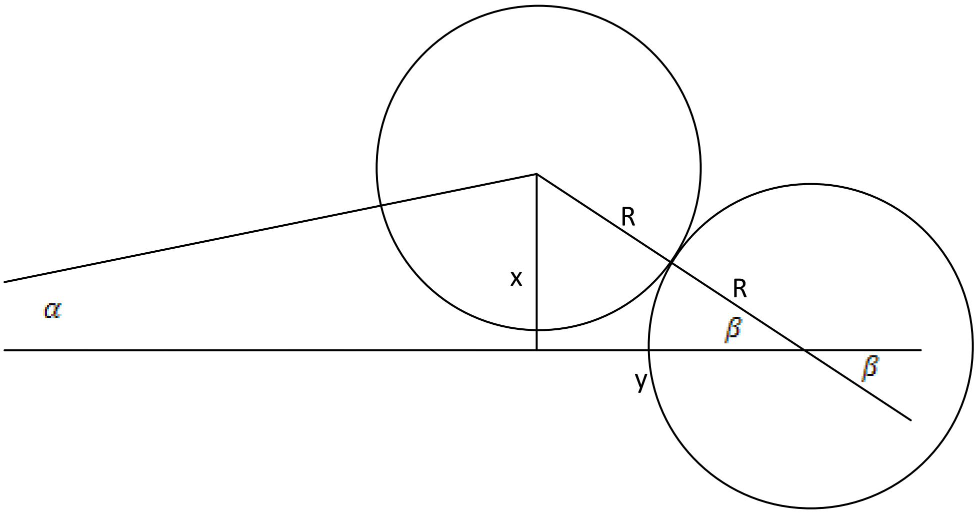
1) Skąd: $\sin(\alpha) > \sin(\beta)$, zgodnie z prawem Snella $\frac{v_1}{v_2} = \frac{\sin(\alpha)}{\sin(\beta)}$

   Więc $v_2 < v_1$. Prędkość światła w I ośrodku jest większa.
2) W obszarze II prędkość cząstki musi być większa, gdyż składowa prędkości równoległa do granicy ośrodków nie mogła ulec zmianie. Z czego wynika, że prostopadła składowa musiała wzrosnąć.

Rozwiązanie zadania 3.

Korzystając z metody obrazów dostajemy, że na płycie ładunek rozmieści się w ten sposób by wytwarzane przez niego pole elektrostatyczne było równoważne polu wytworzonemu przez ładunek –q w odległości d od płyty, po jej drugiej stronie. Początkowa energia potencjalna takiego układu ładunków wynosi $-k\frac{qq}{2d}$, gdy zaś ładunek uda nam się przenieść na nieskończoną odległość od płyty to jego energia potencjalna wzrośnie do zera. Zgodnie z zasadą zachowania energii, cząsteczce trzeba nadać taką prędkość v by $E_{koncowa} - E_{poczatkowa} = \frac{mv^2}{2}$, a więc by $0 - \left(-k\frac{qq}{2d}\right) = \frac{mv^2}{2}$, skąd ostatecznie: $v = q\sqrt{\frac{k}{md}}$

Rozwiązanie zadania 4.

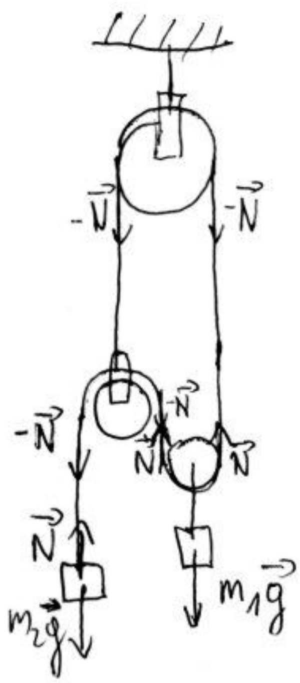


Z rysunku widać, że kąt, o który odchyli się od linii prostej (wzdłuż środków krążków) trajektoria drugiego krążka, wynosi β. Aby zachodziło $\beta < \alpha$ to zgodnie z założeniem dla małych kątów musi zachodzić także $tg(\beta) < tg(\alpha) \Leftrightarrow \frac{x}{y} < \frac{x}{D+2R-y} \Leftrightarrow D + 2R < 2y$ (1) , ale ponieważ kąt α jest z założenia bardzo mały, a kąt β jeszcze mniejszy, to możemy napisać, że $y = 2Rcos(\beta) \approx 2R$ (2).

Po podstawieniu (2) do (1) otrzymujemy warunek $D \leq 2R$.

Rozwiązanie zadania 5.

Wypadkowa siła z jaką działa układ na sufit na którym jest zawieszony, powinna być równa całkowitemu ciężarowi mas wchodzących w skład układu pomniejszonych o sumę wypadkowych sił działających na te ciała (oczywiście w zapisie wektorowym). Zatem



$(m_1 + m_2)\boldsymbol{g} - (m_1\boldsymbol{a_1} + m_2\boldsymbol{a_2}) = 2(-\boldsymbol{N})$, z drugiej strony,

$$m_1\boldsymbol{a_1} = m_1\boldsymbol{g} + 2\boldsymbol{N}$$

$$m_2\boldsymbol{a_2} = m_2\boldsymbol{g} + \boldsymbol{N}$$

Połączenie tych trzech równań (podstawienie dwóch ostatnich do pierwszego) prowadzi do równania $3\boldsymbol{N} = 2(-\boldsymbol{N})$, skąd wniosek, że siła naciągu nici jest równa zero a zatem obydwa ciała spadają swobodnie z przyśpieszeniem równym g.

Rozwiązania zadania 6.

Przy rozwiązywaniu korzystamy z zwykłego relatywistycznego składania prędkości, czyli ze wzoru: $V_w = \frac{v-V}{1-vV/c^2}$.

a)Skoro odległość do pokonania przez cząstki od statku A do statku B wynosiła 21 sekund świetlnych, a cząstka poruszała się z prędkością V=0,9c to czas potrzebny na przebycie tej odległości wynosi $t_1 = \frac{10}{9} * 21\ [s]$, korzystając teraz z transformacji Lorentza obliczamy prędkość powrotną względem statku A, $V_A = \frac{0{,}8c-0{,}9c}{1-\frac{0{,}8*0{,}9c^2}{c^2}} = -\frac{5}{14}c$. Zatem droga powrotna wynosząca również 21sekund świetlnych zajmie mu $t_2 = \frac{14}{5} * 21[s]$, znak minus przy prędkości V_A informował nas tylko o tym, że cząstka wraca do statku A. Zatem łączny czas zmierzony na statku A będzie wynosić:
$t_1 + t_2 = \frac{10}{9} * 21\ [s] + \frac{14}{5} * 21[s] = \frac{1232}{15}[s] \approx 82[s]$

b) Ponieważ na gruncie SZTW nie bardzo wiadomo jak będzie zachowywać się cząstka przy prędkościach nadświetlnych w ruchu od A do B, dlatego oprzemy się na wzorze na relatywistyczne składanie prędkości i zbadamy otrzymany wynik. Zgodnie z nim prędkość cząstki względem statku A w ruchu od B do A, będzie wynosić $V_A = \frac{0{,}8c-5c}{1-\frac{0{,}8*5c^2}{c^2}} = \frac{7}{5}c$, jednak nie otrzymaliśmy znaku minus, co oznaczałoby, paradoksalnie, że cząstka nie tylko nie zbliża się do statku A w drodze powrotnej, ale się od niego oddala. Paradoks ten jednak łatwo rozwiązać przyjmując, iż cząstki o nadświetlnych prędkościach poruszają się zawsze wstecz w czasie. Dalej podpunkt ten rozwiązujemy jak podpunkt a) z tą tylko różnicą, że otrzymany czas będzie ujemny. Po wykonaniu, analogicznie wszystkich działań, otrzymujemy, że $t_1 + t_2 = -21 * \frac{1}{5}[s] - 21 * \frac{5}{7}\ [s] = -\frac{96}{5}[s] \approx -19[s]$

Rozwiązanie zadania 7.

W najprostszym ujęciu tego problemu, aby tor księżyca był wypukły w stronę ziemi wystarczy, patrząc z punktu odniesienia związanego ze Słońcem, by siła grawitacyjna Ziemi działająca na księżyc była większa od siły grawitacyjnej słońca, tylko księżyc będzie posiadać siłę dośrodkową skierowaną ku ziemi. Musi, zatem być spełniony był następujący warunek $\frac{GM_zM_k}{R_{zk}^2} > \frac{GM_sM_k}{(R-R_{zk})^2}$, gdzie

$M_z -$ *masa ziemi*; $M_k -$ *masa księżyca*; $G -$ *stała grawitacji*; $R_{zk} -$ *odległość ziemia księżyc*; $R -$ *szukana najmniejsza odległość ziemi od słońca*;
$R - R_{zk} -$ *to odległość słońca od księżyca*

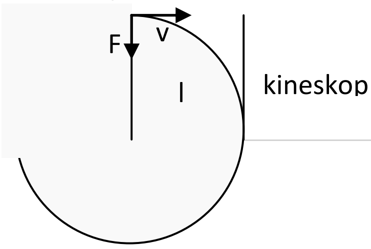
Warunek ten jest równoważny nierówności: $R^2M_z - R * 2 * M_z * R_{zk} - R_{zk}^2(M_s - M_z) > 0$,

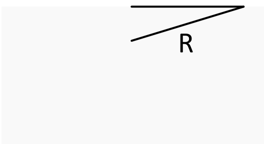
Rozwiązując tą nierówność kwadratową, szukamy najmniejszego R spełniającego tą nierówność. Najmniejszą wartością R (nieujemną) spełniającą tą nierówność jest

$$R = R_{zk}(1 + \sqrt{\frac{M_s}{M_z}})$$

Podstawiając do wzoru dane zaczerpnięte z wikipedii otrzymujemy $R \approx 2{,}22523 * 10^{11}$.

Rozwiązanie zadania 8.





Zgodnie z zasadą zachowania energii, elektron rozpędzony za pomocą napięcia U osiągnie energie kinetyczną $\frac{m_e v^2}{2} = U * e$ (1), gdzie $m_e -$ $masa\ elektronu, v - prędkość\ elektronu, e - ładunek\ elektronu$. Rozpatrzmy przypadek, kiedy wektor indukcji magnetycznej będzie prostopadły do wektora prędkości elektronu i równoległy do kineskopu, na który padają elektrony(wtedy działająca na elektron siła Lorentza będzie największa). Siła Lorentza będzie pełnić tu rolę siły dośrodkowej, tak więc $v * B * e * sin(90^o) = \frac{m_e v^2}{R}$ (2). Widać z rysunku, że odchylenie toru Δx (między innymi na gruncie twierdzenia pitagorasa) wynosi $\Delta x = R - \sqrt{(R^2 - l^2)}$ (3).

Wyliczając teraz v z pierwszego, podkładamy je do (2) i wyliczamy R. $R = \frac{\sqrt{m_e * \frac{2U}{e}}}{B}$, korzystając z znalezionej wartości ziemskiej indukcji magnetycznej $B = 30 * 10^{-6}\ [T]$ i innych stałych, otrzymujemy $R \approx 19{,}36[m]$. Zatem zgodnie ze wzorem (3), $\Delta x \approx 1.61 * 10^{-3}[m]$

Rozwiązanie zadania 9.

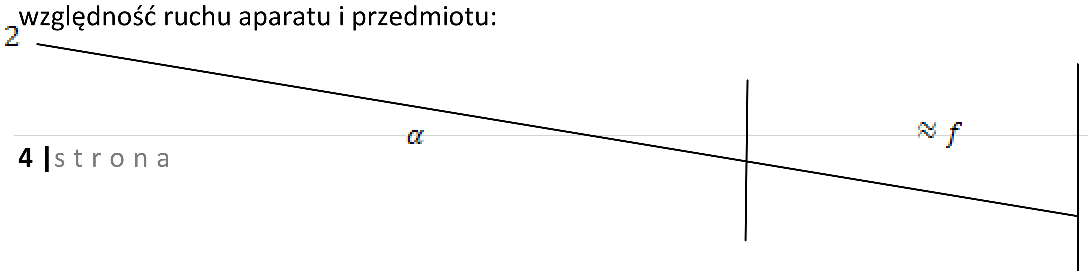
Kasia nie ma racji, ponieważ podczas takiego hamowania kierowca będzie zmuszony kontrować kierownicą, by nie nastąpił obrót samochodu na skutek działania momentów sił względem środka masy samochodu. Jednak po skręceniu kół przez kierowcę, wektor maksymalnej siła tarcia działająca na koła nie będzie już skierowany dokładnie przeciwnie do kierunku ruchu samochodu, ale pod pewnym kątem. Zatem koła biorące udział w hamowaniu nie będzie już opóźniać cały wektor siły tarcia, a tylko pewna jego składowa, dlatego też droga hamowania będzie więcej niż dwa razy dłuższa, a więc nie będzie wynosić 80m.

Rozwiązanie zadania 10.

Po włożeniu solenoidu częściowo do diamagnetyku i po podłączeniu go do prądu, wewnątrz zanurzonej części solenoidu, oprócz pola magnetycznego wytwarzanego przez cewkę, powinno powstać pole magnetyczne o przeciwnym zwrocie, gdyż taka jest właściwość diamagnetyków. Zgodnie ze wzorem na siłę elektromotoryczną $\boldsymbol{F} = I\boldsymbol{l} \times \boldsymbol{B}$, to nowe pole magnetyczne działające na cewkę spowoduje zmniejszenie się zanurzenia cewki.

Rozwiązanie zadania 11.

Reguła ta wynika z prostej zależności przesunięcia liniowego obrazu przedmiotu wskutek przesunięcia kątowego osi optycznej obiektywu. Ideę prezentuje poniższy obrazek uwzględniający względność ruchu aparatu i przedmiotu:



1

h

Przedmiot na początku znajdował się w miejscu oznaczonym cyfrą 1, a po lekkim ruchu ręką, w miejscu oznaczonym cyfrą 2. Widać, że gdy oznaczymy sobie prędkość kątową ruchu ręki przez ω to wzajemna odległość dwóch punktów, w których powstanie obraz wynosi $h \approx \omega t f$. Oczywiście by obraz był ostry ta odległość (będąca odpowiednikiem krążka rozproszenia) musi być jak najmniejsza, a maksymalna jej wartość wynosi około 0,015 [mm]. Stąd uzyskujemy wyrażenie na czas otwarcia przesłony $t < \frac{0{,}015\ [mm]}{\omega f}$, która z dobrym przybliżeniem jest spełniona dla prędkości kątowych rzeczywistego ruchu ręki.

Rozwiązanie zadania 12.

Ze wzoru na wilgotność względną otrzymujemy $p_1 = p_n 100\%$ w pierwszym przypadku oraz $p_2 = p_n 40\%$ w drugim przypadku. Gdzie $p_n - \text{ciśnienie nasycenia}$.

Z wzoru Clapeyrona wynika, bemolowa ilość cząsteczek wynosi $pV/RT = n$, ponieważ V i R są stałe, to wystarczy, porównać odpowiednie ilorazy (w Kelwinach) $\frac{p_1}{T_1}$ i $\frac{p_2}{T_2}$ => $\frac{1}{273+15} > \frac{1}{4*(273+35)}$, skąd wynika od razu, że w pierwszym przypadku wilgotność była większa.

Rozwiązanie zadania 13.

Elektrownia zmienia połowę całkowitej energii kinetycznej wiatru na energię elektryczną, więc $E = \frac{mv^2}{2}\frac{1}{2}$ ponieważ w ciągu czasu t przelatuje przez wiatrak objętość wiatru równa $\pi R^2 vt, gdzie\ R - długość\ łopat, v - prędkość\ wiatru$, to $m = \varrho \pi R^2 vt$. Zatem $E = \frac{(\varrho \pi R^2 vt)v^2}{4}$, dalej $P = \frac{E}{t} = \frac{\varrho \pi R^2 v^3}{4}$, zakładając, że gęstość powietrza się nie zmienia podczas jego ruchu i przyjmując za nie gęstość suchego powietrza, a więc $1{,}2\frac{kg}{m^3}$, otrzymujemy $P \approx 11781\ [W]$

Rozwiązanie zadania 14.

Należy użyć zbiornika w kształcie kuli, gdyż posiada ona największy stosunek objętości do powierzchni. Podane w zadaniu σ będzie jednocześnie maksymalnym ciśnieniem pod jakim może znajdować się zbiornik. Tak więc z równania Clapeyrona mamy $pV = nRT$, gdzie $V = \frac{4}{3}\pi r^3$ (r – promień zbiornika). Skąd otrzymujemy $R = \sqrt[3]{\frac{3nRT}{4\sigma\pi}}$, $R \approx$0,0125 [m]

Rozwiązanie zadania 15.

Aby wyznaczyć postać funkcji $F(r)$ w przypadku A, skorzystamy z podobieństwa omawianego przypadku do orbit eliptycznych, a zatem praw grawitacji. W takim razie
$F(r) = \frac{k}{r^2}, gdzie\ k - pewna\ stała$

W przypadku B najlepiej posłużyć się złożeniem dwóch ruchów harmonicznych, o różnych amplitudach $A_1 i\ A_2$, prostopadłych do siebie i oddalonych od siebie w fazie o $\pi\backslash 2$.

$x = A_1 \sin(\omega t)$

$y = A_2 \sin(\omega t)$

Ciało opisane przez te równania porusza się oczywiście po elipsie i łączy je zależność $x^2 + y^2 = r^2$. Różniczkując dwukrotnie równania ruchu, otrzymujemy równania opisujące składowe przyśpieszenia, $a_x\ i\ a_y$, z których na mocy twierdzenia Pitagorasa otrzymujemy całkowite przyśpieszenia ciała poruszającego się po elipsie. $a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = \sqrt{\omega^4(A_1 \sin^2(\omega t) + A_2 \cos^2(\omega t))} = \omega^2 r$ (ponieważ wyrażenie w nawiasie pod pierwiastkiem to $x^2 + y^2 = r^2$). Wymnażając przez pewną masę m, otrzymujemy wyrażenie na naszą siłę $F(r) = m\omega^2 r$.